

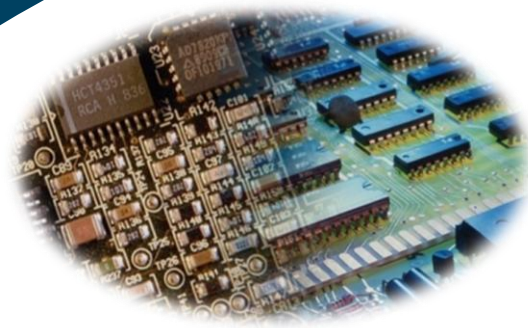


**الكلية الجامعية للعلوم التطبيقية**  
University College of Applied Sciences



الكلية الجامعية للعلوم التطبيقية  
قسم تكنولوجيا الحاسوب والمهن الصناعية

# التصميم الرقمي



## الوحدة الأولى : نظم العد محاضرة ٢



م. محمد الأسمر



# أهداف المحاضرة

التعرف على آلية الجمع والطرح في النظام الثنائي

التعرف على المتمم الأحادي والمتمم الثنائي

تمثيل الأعداد ذات الإشارة بالمتمم الثنائي



ثنائي

عشري

0

0

0

0

1

1

1

0

2

1

1

3

الوزن  $2^1$

$2^0$



## ✓ الجمع الثنائي

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=0 \text{ carry } 1 = 10$$



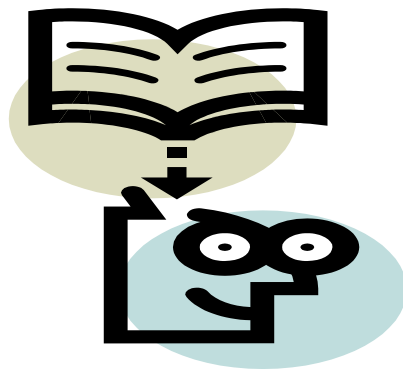
$$1 + 1 = 2$$



$$1 + 1 = 10$$

فى النظام العشري

فى النظام الثنائى





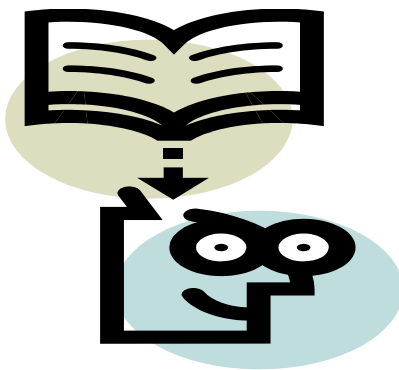
$$1 + 1 + 1 = 3$$

فى النظام العشري



$$1 + 1 + 1 = 11$$

فى النظام الثنائى





□ مثال (١) : اجمع الرقمين الثنائيين: 100 , 011

| <u>ثنائي</u> |   |   |   | <u>عشري</u> |   |
|--------------|---|---|---|-------------|---|
| 1            | 0 | 0 | → | 4           |   |
|              |   |   | + |             |   |
| 0            | 1 | 1 | → | 3           | + |
| <hr/>        |   |   |   | <hr/>       |   |
| 1            | 1 | 1 | → | 7           |   |





□ مثال (٢) : اجمع الرقمين الثنائيين: 011 , 110

الحامل 1



|       |   |   |   |       |
|-------|---|---|---|-------|
| 1     | 1 | 0 | → | 6     |
|       |   |   | + |       |
| 0     | 1 | 1 | → | 3     |
| <hr/> |   |   |   | <hr/> |
| 1     | 0 | 0 | → | 9     |

□ مثال (٣) : اجمع الرقمين الثنائيين: 011 , 110

الحامل 1      الحامل 1

1 1 0 1 0      26

0 1 0 1 1      +      11      +

---

1 0 0 1 0 1      37



□ مثال (٤) : اجمع الرقمين الثنائيين: 100 , 011

1  
الحامل



1

1



+

1

1



3

+

3

1

1

0



6



# تمرين (١)



اجمع الرقمين الثنائيين  $1101010 + 1111010$



شاهد الصفحة التالية

1 1 1 1 0 1 0

→ 122

1 1 0 1 0 1 0

→ 106

1 1 1 0 0 1 0 0

→ 228



تابع حل تمرين (١) :

$(1111010)_2$

|    |    |    |   |   |   |   |
|----|----|----|---|---|---|---|
| 1  | 1  | 1  | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

$$\Rightarrow 64 + 32 + 16 + 8 + 2 = 122$$

$$(1111010)_2 \Rightarrow (122)_{10}$$

تابع حل تمرين (١) :



$(1101010)_2$

|    |    |    |   |   |   |   |
|----|----|----|---|---|---|---|
| 1  | 1  | 0  | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |

$$\Rightarrow 64 + 32 + 8 + 2 = 106$$

$$(1101010)_2 \Rightarrow (106)_{10}$$



تابع حل تمرين (١) :

$(11100100)_2$

|     |    |    |    |   |   |   |   |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 1   | 1  | 1  | 0  | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |


$$\Rightarrow 128 + 64 + 32 + 4 = 228$$

$$(11100100)_2 \Rightarrow (228)_{10}$$



□ مثال (٥) : اجمع الرقمين الثنائيين: 110.01 , 100.11

الحامل 1


$$\begin{array}{r} 10.10 \\ + 00.11 \\ \hline 11.01 \end{array}$$

→

$$\begin{array}{r} 2.50 \\ + 0.75 \\ \hline 3.25 \end{array}$$



## ✓ الطرح الثنائي

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$



□ مثال (١) : اطرح الرقمين الثنائيين: 111 , 011

ثنائي

1 1 1

0 1 1

1 0 0

-



عشري

7

3

4

-

# الطرح فى النظام العشري



$$\begin{array}{r} 0 \phantom{00} 13 \\ \cancel{1} \phantom{00} \cancel{3} \phantom{00} 2 \\ - \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 0 \phantom{00} 5 \phantom{00} 1 \\ \hline 0 \phantom{00} 8 \phantom{00} 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 0 \phantom{00} 10 \phantom{00} 10 \\ \cancel{1} \phantom{00} \cancel{0} \phantom{00} \cancel{1} \\ - \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \hline 0 \phantom{00} 5 \phantom{00} 3 \\ \hline 0 \phantom{00} 4 \phantom{00} 7 \end{array}$$



□ مثال (٢) : اطرح الرقمين الثنائيين : 011 , 101

| <u>ثنائي</u> |              |   |   | <u>عشري</u> |
|--------------|--------------|---|---|-------------|
| 0            | 10           |   |   |             |
| <del>1</del> | <del>0</del> | 1 | → | 5           |
| -            |              |   |   | -           |
| 0            | 1            | 1 | → | 3           |
|              |              |   |   |             |
| 0            | 1            | 0 | → | 2           |



مثال (٣) : اطرح الرقمين الثنائيين: 11001 , 10011

|       |                |                |                 |   |   |    |
|-------|----------------|----------------|-----------------|---|---|----|
| 1     | <sup>0</sup> 1 | <sup>1</sup> 0 | <sup>10</sup> 0 | 1 | → | 25 |
| 1     | 0              | 0              | 1               | 1 | → | 19 |
| <hr/> |                |                |                 |   |   |    |
| 0     | 0              | 1              | 1               | 0 | → | 6  |



# تمرين (٢)



ل طرح الرقمين الثنائيين 11100100 - 1101010

|   |   |   |    |    |   |    |       |       |
|---|---|---|----|----|---|----|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 10 | 10 | 0 | 10 | 0     | → 228 |
| 1 | 1 | 1 | 0  | 0  | 1 | 0  | 0     |       |
| 1 | 1 | 0 | 1  | 0  | 1 | 0  | → 106 |       |
| 1 | 1 | 1 | 1  | 0  | 1 | 0  | → 122 |       |

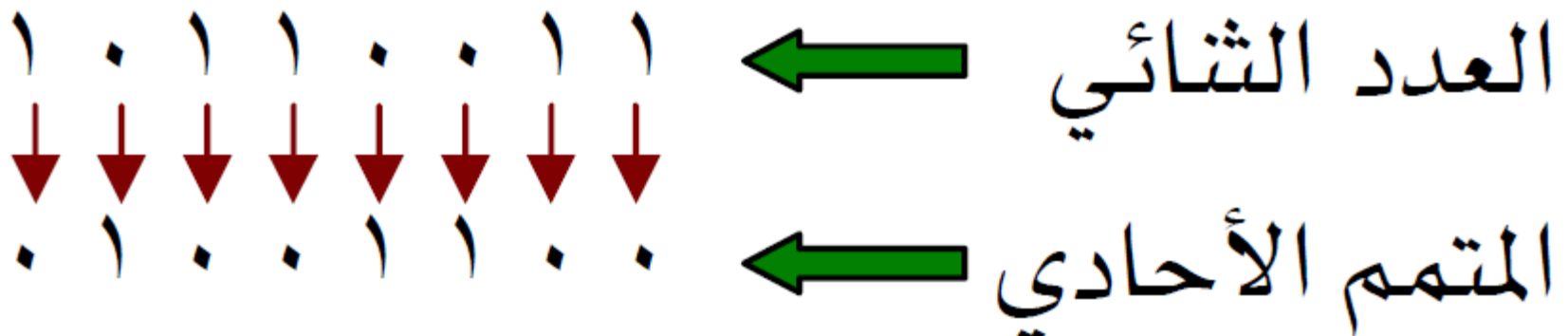
# المتمم الأحادي والثنائي للأعداد الثنائية

## One's and Two's Complements of Binary Numbers

يستخدم المتمم الأحادي والثنائي للتعبير عن الأعداد السالبة كما سنرى لاحقا .

### المتمم الأحادي

للحصول على المتمم الأحادي لأي رقم ثنائي نقوم باستبدال كل واحد بصفر وكل صفر بواحد.





## المتعم الثنائي

$$\text{المتعم الثنائي} = \text{المتعم الأحادي} + 1$$

العدد الثنائي  $10110011 \leftarrow$

المتعم الأحادي  $01001100 \leftarrow$

+

نضيف (1)  $1 \leftarrow$

المتعم الثنائي  $01001101$



# تمرين (٣)



✓ أوجد المتمم الأحادي للعدد الثنائي 00010101

✓ أوجد المتمم الثنائي للعدد الثنائي 00110011





# واجب رقم (٢)

# تمثيل الأعداد ذات الإشارة

## Representation of Signed Numbers

سؤال: كيفية التعامل مع الأرقام ذات الإشارة الموجبة أو السالبة ؟



في حالة العدد الثنائي المكون من ٨ خانات ثنائية  
يتم اعتبار الخانة الثامنة التي في أقصى اليسار  
بأنها تمثل إشارة العدد (**Sign Bit**)  
وبقية الخانات قيمة العدد (**Magnitude**).



■ من أشهر الطرق لتمثيل الأعداد ذات الإشارة هو نظام المتمم الثنائي

## نظام المتمم الثنائي (2's Complement)

في حالة العدد الثنائي **الموجب** والمكون من ٨ خانات ثنائية يتم اعتبار الخانة الثامنة التي في أقصى اليسار بأنها تمثل إشارة العدد وتكون في حالة الرقم الموجب = صفر

مثال:

العدد (+٢٣) ← ٠ ٠ ٠ ١ ٠ ١ ١ ١



في حالة العدد الثنائي **السالب** والمكون من ٨ خانات ثنائية  
يتم تمثيل الرقم السالب بقيمة المتعم الثنائي .  
مثال:

العدد  $(-23)$  ← ١ ٠ ٠ ١ ١ ١ ١ ١

هذا التمثيل هو نفسه قيمة المتعم الثنائي للرقم ٢٣



# مثال (١)

✓ اكتب العدد الثنائي المكافئ للعدد العشري التالي في شكل **المتعم الثنائي** بحيث يتكون العدد الثنائي من ٨ **خانات** (8-bits)

(a) +100

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

|     |    |    |    |   |   |   |   |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|



(b) -122

0 1 1 1 1 0 1 0

← 122

128 64 32 16 8 4 2 1

1 0 0 0 0 1 0 1

المتمم الأحادي

1 0 0 0 0 1 1 0<sup>1 +</sup>

المتمم الثنائي

إذن الرقم -122 يساوي 10000110

بنظام المتمم الثنائي



## مثال (٢)

### سؤال عكسي للمثال (١)

✓ اكتب العدد العشري المكافئ للعدد الثنائي الممثل بنظام  
المتعمم الثنائي

(a) 01100100

خانة الإشارة التي في أقصى اليسار تساوي صفر ، اذن الرقم موجب وقيمه تساوي **100**

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

|     |    |    |    |   |   |   |   |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|



(b) 10000110

خانة الإشارة التي في أقصى اليسار تساوي واحد، إذن الرقم سالب وقيمته تساوي ناتج المتمم الثنائي

0 1 1 1 1 0 0 1

المتمم الأحادي

1 +

0 1 1 1 1 0 1 0

المتمم الثنائي

128 64 32 16 8 4 2 1

← الرقم العشري هو -122

# تمرين (٤)



✓ اكتب العدد الثنائي المكافئ للعدد العشري التالي في شكل **المتعمم الثنائي** بحيث يتكون العدد الثنائي من ٨ **خانات** (8-bits)

$$(a) \quad + (9)_{10}$$

$$(b) \quad - (3)_{10}$$



الحل



(a)  $(9)_{10} \longrightarrow \boxed{00001001}$

(b)  $-(3)_{10} \longrightarrow \begin{array}{r} 00000011 \\ \hline \end{array}$

11111100

المتمم الاحادي

1

$\boxed{11111101}$

المتمم الثنائي



# العمليات الحسابية مع الأعداد ذات الإشارة

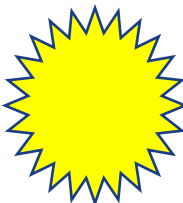
المثال التالي يوضح عملية طرح الأعداد ذات الإشارة باستخدام المتمم الثنائي :

مثال (١)

$$(9)_{10} - (3)_{10}$$

أوجد ناتج الطرح التالي باستخدام المتمم الثنائي

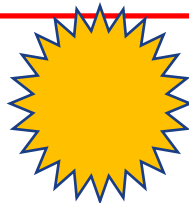
التمثيل في نظام المتمم الثنائي:  
في حالة العدد الثنائي **الموجب** والمكون من ٨ خانات ثنائية  
يتم اعتبار الخانة الثامنة التي في أقصى اليسار  
بأنها تمثل إشارة العدد وتكون في حالة الرقم الموجب=صفر

$$(9)_{10} \longrightarrow \boxed{00001001}$$






في حالة العدد الثنائي **السالب** والمكون من ٨ خانات ثنائية  
يتم تمثيل الرقم السالب بقيمة المتمم الثنائي .


$$\begin{array}{r} -(3)_{10} \longrightarrow 00000011 \\ \hline 11111100 \quad \text{المتمم الاحادي} \\ 1 \\ \hline \boxed{11111101} \quad \text{المتمم الثنائي} \end{array}$$





$$(9)_{10} - (3)_{10} = \begin{array}{r} \boxed{00001001} \\ \boxed{1111101} \\ \hline \boxed{100000110} \end{array}$$

+   
+ 



بما أن ال ٩ أكبر من ال ٣ لذا لا بد أن يكون ناتج الطرح رقم موجب  
 أي أن آخر خانة على اليسار تساوي صفر ، لذا يتم حذف آخر واحد  
 في ناتج الطرح .

الناتج النهائي ←  $\boxed{00000110}$  ← تساوي  $(6)_{10}$

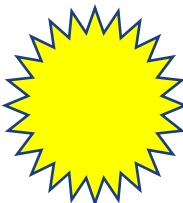
## مثال (٢)



$$(3)_{10} - (9)_{10}$$

اوجد ناتج الطرح التالي باستخدام المتمم الثنائي

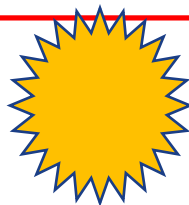
التمثيل في نظام المتمم الثنائي:  
في حالة العدد الثنائي **الموجب** والمكون من ٨ خانات ثنائية  
يتم اعتبار الخانة الثامنة التي في أقصى اليسار  
بأنها تمثل إشارة العدد وتكون في حالة الرقم الموجب=صفر

$$(3)_{10} \longrightarrow \boxed{00000011}$$




في حالة العدد الثنائي **السالب** والمكون من ٨ خانات ثنائية  
يتم تمثيل الرقم السالب بقيمة المتمم الثنائي .

$$\begin{array}{r} -(9)_{10} \longrightarrow 00001001 \\ \hline 11110110 \quad \text{المتمم الاحادي} \\ 1 \\ \hline \boxed{11110111} \quad \text{المتمم الثنائي} \end{array}$$





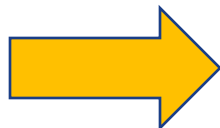
$$(3)_{10} - (9)_{10} =$$

00000011

11110111

+

$$-(6)_{10}$$



11111010

للتأكد أن الناتج هو -6

00000110

6

11111001

1

المتمم الاحادي

11111010

المتمم الثنائي



## مثال (٣)

اوجد ناتج الطرح التالي باستخدام المتمم الثنائي

$$-(26)_{10} - (39)_{10}$$

$$-(26)_{10} \longrightarrow 00011010$$

$$\begin{array}{r} 00011010 \\ 11100101 \end{array}$$

المتمم الاحادي

1

$$\begin{array}{r} 00011010 \\ 11100101 \\ 1 \end{array}$$

المتمم الثنائي



$$\begin{array}{r} -(39)_{10} \longrightarrow 00100111 \\ \hline 11011000 \text{ المتمم الاحادي} \\ 1 \\ \hline \boxed{11011001} \text{ المتمم الثنائي} \end{array}$$

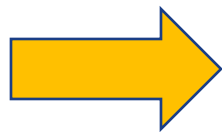
$$-(26)_{10} - (39)_{10} =$$

1 1 1 0 0 1 1 0

1 1 0 1 1 0 0 1

+

$$-(65)_{10}$$



1 1 0 1 1 1 1 1

للتأكد أن الناتج هو -65

0 1 0 0 0 0 0 1

65

1 0 1 1 1 1 1 0

المتعم الاحادي

1

1 0 1 1 1 1 1 1

المتعم الثنائي



# واجب رقم (۳)

شکر

